25-дәріс. Гипербола және оның канондық теңдеуі. Канондық теңдеуі бойынша гиперболаны зерттеу
26-дәріс. Парабола анықтамасы және канондық теңдеуі. Парабола формасын оның канондық теңдеуі арқылы зерттеу

Дәріс жоспары:

1. Гиперболаның анықтамасы, негізгі элементтері және канондық теңдеуі.
2. Гиперболаның канондық теңдеуі арқылы оның геометриялық қасиеттері мен формасын зерттеу.
3. Параболаның анықтамасы, негізгі элементтері және канондық теңдеуі.
4. Параболаның канондық теңдеуі арқылы оның геометриялық қасиеттері мен формасын зерттеу.

Гипербола және оның канондық теңдеуі

Анықтама. Гипербола деп жазықтың екі нүктесінен қашықтықтарының айырымы тұрақты және сол екі нүктенің ара қашықтығынан кем болатын нүктелерінің жиынын айтады.

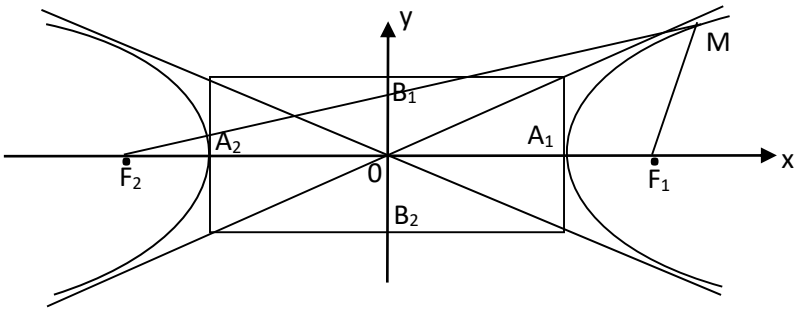
Анықтамада келтірілген екі нүкте гиперболаның фокустары делінеді. Фокустарды F_1, F_2 деп белгілейміз. Фокустар аралығын $|F_1F_2| = 2c$ дейік. Егер M нүкте гиперболада жатса, онда анықтама бойынша $|F_2M - F_1M|$ айырымның абсолют шамасы тұрақты болуы керек, оны $2a$ дейік:

$$F_2M - F_1M = \pm 2a \qquad (4.1)$$

және анықтама бойынша

$$2a < 2c \Rightarrow a < c \qquad (4.2)$$

болуы керек. Осы гиперболаның теңдеуін құру үшін тікбұрышты координаталар жүйесін былайша таңдап алайық. Фокустар арқылы өтетін түзуді абсцисса өсі үшін, ал фокустардың қақ ортасын координата басы үшін алайық (11-сурет). Сонда бұл координаталар жүйесінде $F_1(c,0),\ \ F_2(-c,0)$ болар еді, $M(x,y)$ дейік.



11-сурет

Сонда $F_1M = r_1 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$, $F_2M = r_2 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ болатындықтан, бұларды (4.1) қойсақ

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a \qquad (4.3)$$

теңдеуі шығар еді. Ол алынған координаталар жүйесіндегі гиперболаның теңдеуі болады. Бұл теңдеуді қарапайым түрге келтіруге болады. Ол үшін оны былайша түрлендірейік:

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \pm 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\ .$$

Алынған теңдіктің екі жағын да квадрат дәрежеге шығарамыз:

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2.$$

Жақшаларды ашып, ұқсас мүшелерін біріктірсек $cx - a = \pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$ болады. Бұл теңдіктің екі жағын тағы да квадраттасақ $\left(c^2 - a^2\right)x^2 - a^2y^2 = a^2\left(c^2 - b^2\right)$ болып шығады. Ал, (4.2) бойынша $c > a$, сондықтан $c^2 > a^2$ болады.

$$c^2 - a^2 = b^2 \qquad (4.4)$$

дейік. Сонда $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ болады. Бұдан

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1. \qquad (4.5)$$

Сөйтіп гиперболаның (4.3) теңдеуі екі рет квадраттау нәтижесінде (4.5) түрге келеді. Сондықтан координатасы (4.3) нүктені қанағаттандыратын нүкте (4.5)-ті де қанағаттандырады, яғни гиперболада жататын нүкте координатасы (4.5) қанағаттандырады. Енді керісінше (4.5) теңдеуді координаталары қанағаттандыратын нүктелердің гиперболада жататынын, яғни ол нүктенің фокустардан қашықтықтарының айырымының не $+2a$, не $-2a$ болатынын дәлелдеу керек. $M_0(x_0, y_0)$ нүкте (4.5)-ті қанағаттандырсын: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ болсын. Онда $y_0^2 = b^2\left(\frac{x_0^2}{a^2} - 1\right)$ болады.

Сонда $F_1M_0=\sqrt{\left(x_0-c\right)^2+\left(y_0-0\right)^2}=\sqrt{\left(x_0-c\right)^2+b^2\left(\frac{x_0^2}{a^2}-1\right)}=$

$=\sqrt{x_0^2-2cx_0+c^2+\frac{b^2x_0^2}{a^2}-b^2}=\sqrt{\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)x_0^2-2cx_0+c^2-b^2}=$

$=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}x_0^2-2cx_0+c^2-b^2}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_0^2-2cx_0+a^2}=\sqrt{\left(\frac{c}{a}x_0-a\right)^2}$.

Дәл осы сияқты

$F_2M_0=\sqrt{\left(x_0+c\right)^2+y_0^{\,2}}=\sqrt{x_0^2+2cx_0+c^2+\frac{b^2x_0^2}{a^2}-b^2}=$

$=\sqrt{\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)x_0^2+2cx_0+c^2-b^2}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_0^2+2cx_0+a^2}=\sqrt{\left(\frac{c}{a}x_0+a\right)^2};$

$F_1M_0=\sqrt{\left(\frac{c}{a}x_0-a\right)^2};\quad F_2M_0=\sqrt{\left(\frac{c}{a}x_0+a\right)^2}.$

Ал, гипербола үшін $c>a,\ |x|\ge a$ болатындықтан түбір астындағы өрнектердің біріншісі $x_0>0$ болғанда $\frac{c}{a}x_0-a>0$ болады, сөйтіп, $r_1=\frac{c}{a}x-a$. Ал, $x_0<0$ болғанда $\frac{c}{a}x_0-a<0$ болады. Сөйтіп $r_1=-\left(\frac{c}{a}x_0-a\right)=a-\frac{c}{a}x_0$. Ал, екінші түбір астындағы өрнек $x_0>0$ болғанда $\frac{c}{a}x_0+a>0$, яғни $r_2=\frac{c}{a}x_0+a,\quad x_0<0$ болғанда

$\frac{c}{a}x_0+a<0$ яғни $r_2=-\frac{c}{a}x_0-a$ болар еді.Сөйтіп $x>0$ болғанда $r_1=\frac{c}{a}x-a$, $r_2=\frac{c}{a}x+a,\ x<0$ болғанда

$$r_1 = a - \frac{c}{a}x,\ r_2 = -\frac{c}{a}x - a. \qquad (4.6)$$

Бұлар $M(x, y)$ нүктесінің фокустық радиустары делінеді. Сонда $x > 0$ болатын нүктелер үшін $r_2 - r_1 = \frac{c}{a}x_0 + a - \frac{c}{a}x_0 + a = 2a,\ \ x < 0$ болатын нүктелер үшін $r_2 - r_1 = -\frac{c}{a}x_0 - a - a + \frac{c}{a}x_0 = -2a$ болады. Сондықтан координаталары (4.5) қанағаттандыратын нүктелер гиперболада жатады екен. Демек (4.5) гиперболаның теңдеуі болады. Оны гиперболаның канондық теңдеуі дейді. Гипербола теңдеуі 2-дәрежелі теңдеу болады. Сондықтан гипербола 2-ретті сызық болады.

1-мысал. Гиперболаның фокустар аралығы 10-ға тең және ол

M (-5; 2,25) нүктеден өтеді. Сол гиперболаның теңдеуін құру керек. **Шешуі.** $F_1F_2 = 10$ болғандықтан $c = 5$. Гипербола теңдеуі $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ болатындықтан, ол *M*(-5; 2,4) нүктенің координаталарын қанағаттандыру керек, яғни $\frac{25}{a^2} - \frac{81}{16b^2} = 1$ болуы керек. Ал, $b^2 = c^2 - a^2 = 25 - a^2$ болғандықтан, соңғы екі теңдеуден $a^2 = 16,\ \ b^2 = 9$ табылады. Сонда іздеген гипербола теңдеуі $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ болады.

КАНОНДЫҚ ТЕҢДЕУІ БОЙЫНША ГИПЕРБОЛАНЫ ЗЕРТТЕУ

Гиперболаның тікбұрышты координаталар жүйесінде канондық теңдеуі

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (4.5)$$

арқылы берілсін.

1.ГИПЕРБОЛАНЫҢ СИММЕТРИЯСЫ. Гиперболаның (4.5) теңдеуіне айнымалы *x* пен *y* тек квадрат дәрежеде енген. Сондықтан ол теңдеуді координаталары (*x,y*) болатын нүкте қанағаттандырса, координаталары (*-x, y*), (*x, -y*), (*-x, -y*) болатын нүктелерде қанағаттандырады. Сондықтан гипербола координаталар өсі *Ox* пен *Oy*, координата басы О нүктеге қарағанда

симметриялы фигура болады. Бұл симметрия өстерін гиперболаның өстері, олардың қиылысу нүктесін гиперболаның центрі дейді.

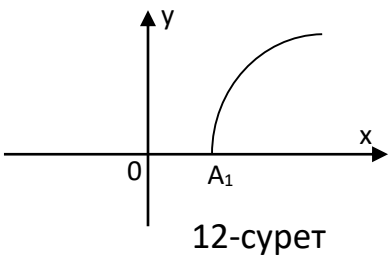
2.СИММЕТРИЯ ӨСТЕРІМЕН ҚИЫЛЫСУ НҮКТЕЛЕРІ. Егер де (4.5) теңдеуде $y=0$ десек, $x=\pm a$ болады, яғни гипербола *Ox* өсімен $A_1(a,0),\ A_2(-a,0)$ екі нүктеде қиылысады. Ал, егер $x=0$ десек, онда $y=\sqrt{-b^2}$ болады. Демек, гипербола *Oy* өсімен қиылыспайды. Гиперболаның қиылысатын *Ox* өсін гиперболаның нақты өсі, қиылыспайтын *Oy* өсін жорымал өсі дейді. Ал, A_1, A_2 нүктелер гиперболаның төбелері делінеді. Егер жорымал өсіне центрден бастап $OB_1=OB_2=b$ кесіндісін өлшеп салса, $B_1B_2=2b$ гиперболаның жорымал өсі делінеді. a мен b гиперболаның жарты нақты және жорымал өстері делінеді.

3.ГИПЕРБОЛАНЫҢ ОРНАЛАСУ ОБЛЫСЫ. Берілген (4.5) теңдеу бойынша $\frac{x^2}{a^2}\geq 1$, яғни $|x|\geq a$ болуы керек. Ал, бұл $x=a,\quad x=-a$ параллель түзулері арасындағы жолақта

гиперболаның бірде-бір нүктесі болмайды деген сөз. Гиперболаның нүктелері бұл жолақтан тыс оның оң және сол жақтарында жатады.

Сөйтіп, гипербола екі бөліктен тұрады екен: $x=a$ түзуінің оң жағында жатқан бөлігін – гиперболаның оң тармағы, ал $x=-a$ түзуінің сол жағында жатқан бөлігін – гиперболаның сол тармағы деп атайды.

4.ГИПЕРБОЛАНЫҢ ФОРМАСЫ. (4.5) теңдеуден $y=\frac{b}{a}\sqrt{x^2+a^2}$



12-сурет

болады. Бұдан *x* айнымалы a-дан ∞-ке дейін өссе, *y* айнымалы шама 0-ден ∞ дейін өсетіні, ал *x* шама a-дан ∞-ке дейін кемісе, *y* шама тағы да 0-ден ∞ дейін өсетіні көрінеді. Сондықтан гипербола шектелмеген фигура болады. Осылардың бәрін ескерсек гиперболаның бірінші координаталар бұрышындағы формасы 12-суреттегідей болады. Қалған координаталық бұрыштардағы бөліктерін оған *Ox, Oy* өстеріне қарағанда

симметриялы болатындай етіп салады. Онда гиперболаның толық формасы 11-суреттегідей болып шығады.

5.ГИПЕРБОЛАНЫҢ АСИМПТОТАЛАРЫ. Тік бұрышты коорди-наталар жүйесінде (4.5) теңдеумен берілген гипербола мен координаталар басынан өтетін $y = kx$ теңдеумен берілген түзуді қарастырайық.

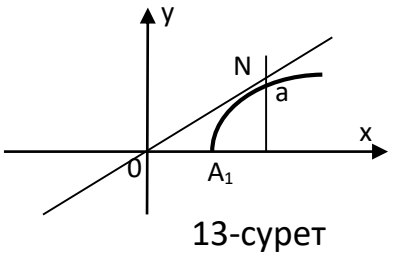
Бұл екі теңдеуді бір жүйеге алып шешсек $\frac{x^2}{a^2} - \frac{k^2x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow$ $b^2x^2 - a^2k^2x^2 = a^2b^2 \Rightarrow \left(b^2 - a^2k^2\right)x^2 = a^2b^2$ болар еді. Бұл теңдеудің $b^2 - a^2k^2 = 0$ болған кезде шешуі болмайды. Сондықтан бұрыштық коэффициенттері $k = \pm\frac{b}{a}$ болатын

$$y = \frac{b}{a}x \quad \text{және} \quad y = -\frac{b}{a}x \qquad (4.7)$$

түзулері гиперболамен қиылыспайды. Бірақ ол түзулер x өскен сайын гиперболаға шексіз жақындай түседі. Шынында да абсциссалары x өзара тең болатын түзудің Q нүктесі мен гиперболаның N нүктесінің арақашықтығын табайық (13-сурет):

$$QN = Y_{ТҮЗУ} - Y_{ГИПЕР} \quad \frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \frac{b}{a}\left(x - \sqrt{x^2 - a^2}\right) =$$

$$= \frac{b}{a} \cdot \frac{\left(x - \sqrt{x^2 - a^2}\right)\left(x + \sqrt{x^2 - a^2}\right)}{\left(x + \sqrt{x^2 - a^2}\right)} = \frac{ab}{x + \sqrt{x^2 - a^2}}.$$



13-сурет

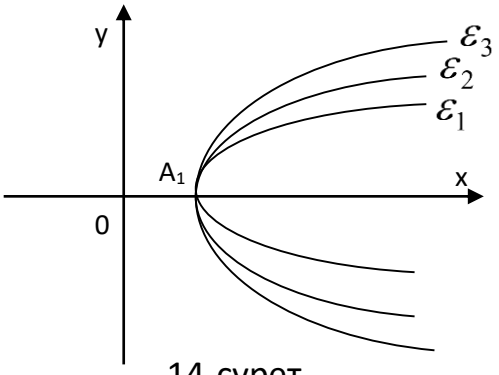
Бұдан егер $x \to \infty$, онда $QN \to 0$. Сонымен шынында да x өскен сайын (яғни M нүкте координата басынан қашықтаған сайын) $y = \pm\frac{b}{a}x$ түзуі гиперболаға жақындай түседі екен (бірақ онымен қиылыспайды). Мұндай түзуді гиперболаның асимптотасы дейді. Сөйтіп (4.7) гиперболаның асимптоталарының теңдеуі болады. Егер центрі координата басы болатын қабырғалары $2a, 2b$ болатын тік бұрышты төрт бұрыш салсақ (9-сурет), онда оның диагональдарының бұрыштық

коэффициенттері $k = tg\alpha = b/a$ болатындықтан, ол гиперболаның асимптотасы болады. Гиперболаның оң тармағы $y = -\frac{b}{a}x$ асимптотадан жоғары $y = \frac{b}{a}x$ асимптотадан төмен орналасады, сол тармағы керісінше орналасады.

6. ГИПЕРБОЛАНЫҢ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТІ. Гиперболаның фокус аралығының нақты өсіне қатынасы оның эксцентриситеті делінеді. Оны ε-мен белгілесек:

$$\varepsilon = \frac{F_1F_2}{A_1A_2} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}, \quad \varepsilon = \frac{c}{a}. \qquad (4.8)$$

Гипербола үшін $c > a$ болатындықтан $\varepsilon = \frac{c}{a} > 1$ болады. Ал, мұндағы α-асимптота мен *Oy* өсінің арасындағы бұрыш. Соңғы теңдіктен эксцентриситет артса α артатыны көрінеді, яғни бұл кезде гипербола кеңиді, эксцентриситет кемісе α азаяды, яғни гипербола тарылады. 14-суретте $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$-ке сай кескінделген.



14-сурет

Сонымен гиперболаның эксцентриситеті оның формасын сипаттайды екен.

7. ГИПЕРБОЛАНЫҢ ДИРЕКТРИСАСЫ. Гиперболаның нақты өсіне перпендикуляр болатын және центрден $\frac{a}{\varepsilon}$ қашықтықта өтетін екі түзуді оның директрисасы дейді.

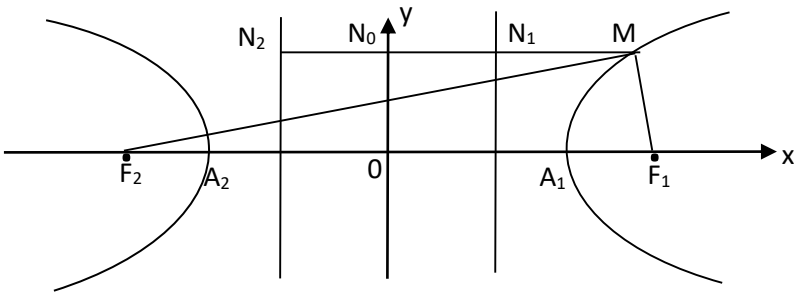
Директриса теңдеулері:

$$x = \frac{a}{\varepsilon} \quad \text{және} \quad x = -\frac{a}{\varepsilon} \qquad (4.9)$$

болады. Гипербола үшін $\varepsilon > 1$ болатындықтан $x = \frac{a}{\varepsilon} < a$ болады. Сондықтан гиперболаның директрисалары оның төбесінің арасына орналасады (15-сурет).

Гипербола үшін де эллипстегідей, оның кез-келген нүктесінен фокусына дейінгі қашықтығының сол фокус жағындағы

директрисаға дейінгі қашықтықтардың қатынасы тұрақты болады



15-сурет

және ол гиперболаның эксцентриситетіне тең болады, яғни

$$\frac{r_1}{d_1} = \frac{r_2}{d_2} = \varepsilon \qquad (4.10)$$

болады.

8. ТҮЙІНДЕС ГИПЕРБОЛАЛАР. Мынадай теңдеулермен

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{және} \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

анықталатын гиперболаларды түйіндес гиперболалар дейді. Мұның біріншісінің нақты өсі абсцисса болса, екіншісінің нақты өсі ордината өсі болады.

Егер гиперболаның жарты өстері $a = b$ тең болса, онда ол гипербола тең қабырғалы делінеді. Оның теңдеуі

$x^2 - y^2 = a^2$ болады. Оның асимптотасының теңдеулері $y = \pm x$

болады. Бұлар өзара перпендикуляр түзулер. Ал, оның эксцентриситеті

$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$ болады.

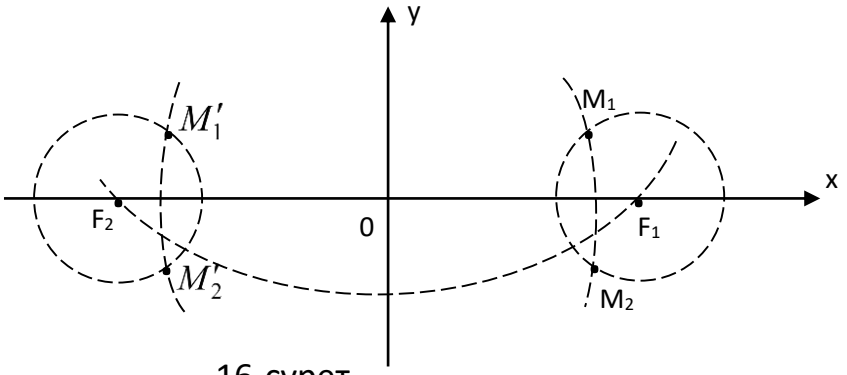
9. ГИПЕРБОЛАНЫ САЛУ. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ гиперболаны салу үшін тік бұрышты *Oxy* координаталар жүйесін алып, $OA_1=OA_2=a$ $OB_1=OB_2=b$ кесінділерін салады. Сонда $A_1B_1=C$ болады.

0 нүктеден $C=OF_1=OF_2$ салу арқылы фокустар F_1 мен F_2 орны белгіленеді (16-сурет). F_1 нүктені центр етіп r_1 және $2a+r_1$ радиуспен, F_2-ні центр $2a+r_1$ және r_1, радиуспен шеңберлер

жатады. Себебі $M_1F_2-M_1F_1=2a+r_1-r_1=2a$ болады. Осы әдіспен

басқа нүктелерін тауып, оларды жазық сызықпен қосса гипербола

салынады.



16-сурет

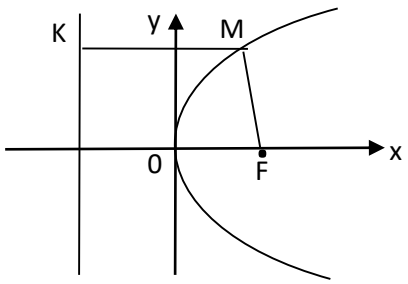
ПАРАБОЛА АНЫҚТАМАСЫ ЖӘНЕ КАНОНДЫҚ ТЕҢДЕУІ

АНЫҚТАМА. Парабола деп жазықтықтың бір нүктесі мен одан өтпейтін бір түзуінен бірдей қашықтықта жататын нүктелерінің жиынын айтады.

Анықтамада келтірілген нүктені параболаның фокусы, түзуді директрисасы дейді. Оларды сәйкесінше *F* және l арқылы белгілейік. Фокус пен директрисаның ара қашықтығын *P*-мен белгілеп, оны параболаның параметрі деп атайды. Егер *M* параболаның нүктесі болса, онда анықтама бойынша оның фокустан қашықтығы $FM=r$ мен директрисадан қашықтығы $MK=d$ өзара тең болуы керек (17-сурет).

$$r = d \qquad (6.1)$$

Осы параболаның теңдеуін құру үшін фокустан директрисаға перпендикуляр етіп жүргізілген түзуді абсцисса өсі, ал фокус пен



17-сурет

директрисаның арасының қақ ортасын координаталар басы үшін қабылдайық. Осылайша алынған координаталар жүйесінде M нүктесінің координаталары (x,y) десек $MK \perp \ell,\quad FE \perp \ell,\ EF \perp P$ болғандықтан $F\left(\frac{P}{2},0\right),\quad E\left(-\frac{P}{2},0\right),\quad K\left(-\frac{P}{2},y\right)$ болар еді. Сондықтан

$$r = |FM| = \sqrt{\left(x-\frac{P}{2}\right)^2 + y^2}. \qquad (6.2)$$

Ал, нүктенің директрисадан қашықтығы:

$$d = |MK| = x + \frac{P}{2} \qquad (6.3)$$

болар еді (17-сурет).

Анықтама бойынша $r = d$ болатындықтан

$$\sqrt{\left(x-\frac{P}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{P}{2} \qquad (6.4)$$

болар еді. Бұл параболаның теңдеуі делінеді. Оны ықшамдау үшін (6.4) теңдіктің екі жағында квадраттайық.

$$x^2 - Px + \frac{P^2}{4} + y^2 = x^2 + Px + \frac{P^2}{4},$$

$$y^2 = 2Px \qquad (6.5)$$

теңдеуі шығады. Бұл - парабола теңдеуі (6.4) -тен квадраттау нәти-жесінде шықты. Сондықтан оның парабола теңдеуі болатындығын дәлелдеу керек. Ол үшін координаталары (6.5) теңдеуді қанағат-тандыратын нүктенің параболада жататындығын, яғни ол нүктенің фокус пен директрисадан қашықтықтарының тең екенін дәлелдеу керек. *M(x, y)* нүкте координаталары (6.5)-ті қанағаттандырсын. Онда (6.5)-тен $x \geq 0$ болуы керек, ал $x \geq 0$ нүктелер үшін

$d = \frac{P}{2} + x$ болады. (6.5)-тен y^2-ты (6.2)-ге қойсақ және $x \geq 0$ екенін ескерсек $r = \frac{P}{2} + x$ болып шығады.

Сөйтіп r мен d тең болып (6.1) шарт орындалады. Сондықтан *M* нүкте параболада жатады. Сондықтан (6.5) параболаның теңдеуі болады. Оны параболаның канондық теңдеуі деп атайды. Ол екінші дәрежелі теңдеу. Сондықтан парабола екінші ретті сызық болады.

ПАРАБОЛА ФОРМАСЫН ОНЫҢ КАНОНДЫҚ ТЕҢДЕУІ АРҚЫЛЫ ЗЕРТТЕУ

1. ПАРАБОЛАНЫҢ СИММЕТРИЯСЫ. Парабола теңдеуі (6.5)-ке *x*-бір, *y* екі дәрежеде енген. Сондықтан *x*-тың бір мәніне *y*-тің екі мәні сай келеді және олардың абсолют шамалары тең болады. Демек, парабола абсцисса өсіне қарағанда симметриялы болатын фигура болады. Ол өсті парабола өсі дейді.

2. ПАРАБОЛАНЫҢ ОРНАЛАСУ ОБЛЫСЫ. (6.5) теңдеу бойынша $P > 0$ болса $x \geq 0$ болатындығы шығады. Олай болса $P > 0$ болған кезде параболаның барлық нүктесі ордината өсінің оң жағында жатады.

3. ПАРАБОЛАНЫҢ КООРДИНАТА ӨСТЕРІМЕН ҚИЫЛЫСУЫ. (6.5) теңдеу бойынша $x = 0$ болса $y = 0$ болады. Олай болса парабола координата басынан өтеді. Оны параболаның төбесі дейді.

4. ПАРАБОЛАНЫҢ ФОРМАСЫ. (6.5) теңдеу бойынша *x* шама 0-ден ∞ дейін өссе айнымалы *y* шама 0-ден шексіздікке дейін өседі. Сондықтан парабола шектелмеген фигура болады және оның формасы 17-суреттегідей болады.

5. ДИРЕКТРИСА. Параболаның анықтамасы бойынша оның директрисасының теңдеуі

$$x = -\frac{P}{2} \qquad (6.6)$$

болады.

6. ФОКУСТЫҚ РАДИУС. Параболаның кез келген нүктесі мен фокусының арасын оның фокустық радиусы дейді. Ол кез келген

M(x, y) нүкте үшін жоғарыда айтылғандай мынаған тең болады:

$$r = x + \frac{P}{2}. \qquad (6.7)$$

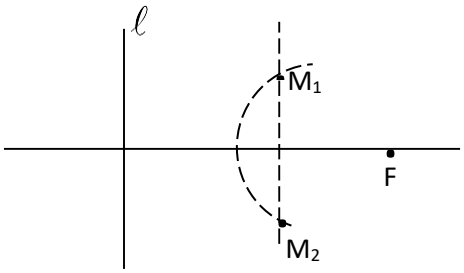
Параболаның кез келген нүктесінің фокустан қашықтығының оның директрисадан қашықтығына қатынасы тұрақты болады және бірге тең болады, яғни

$$\frac{r}{d}=1. \qquad (6.8)$$

Мұны параболаның эксцентриситеті дейміз.

Егерде (6.5)-те $x=1$ десек $y=\sqrt{2P}$ болады. Бұдан P артса y-те артады, яғни парабола кеңиді, ал P кемісе парабола тарылады. Сондықтан P параболаны сипаттайды.

7. ПАРАБОЛАНЫ САЛУ. $y^2=2PX$ параболаны салу үшін кез келген l түзуін және одан P қашықтықта F нүктесін аламыз. Ол түзуден r қашықтықта оған параллель l түзуін жүргіземіз (18-сурет), F нүктені центр етіп r радиуспен шеңбер сызамыз. Оның l_1 түзуімен қиылысу нүктелері M_1 мен M_2 параболаның нүктелері болады. Осы әдіспен параболаның тағы басқа бірнеше нүктесін салып, оларды жазық сызықпен қосса парабола салынады.



18-сурет

Эллипс, гипербола, парабола, шеңбердің теңдеулері екінші дәрежелі теңдеулер болады. Сондықтан олардың бәрі де екінші ретті сызық болады. Сонымен қатар бұл сызықтардың төртеуінде дөңгелек конусты жазықтықпен қию арқылы алуға болады. Сондықтан оларды конустық қималар деп те атайды.

Сонымен қатар эллипстен де, гипербола мен параболаның да кез-келген нүктесінің фокусқа дейінгі қашықтығының директрисаға дейінгі қашықтығына қатынасы тұрақты болатын және оның эксцентриситетіне тең болатынын көрдік. Сондықтан оларды жалпы түрде фокустан қашықтықтарының директрисадан қашықтықтарына қатынасы тұрақты болатын және олардың эксцентриситетіне тең болатын жазықтың нүктелерінің жиыны ретінде қарастыруға болады және эксцентриситет 1-ден кіші болса, эллипс, 1-ге тең болса, парабола, 1-ден үлкен болса гипербола болады.

Бақылау сұрақтары:

1. Гипербола дегеніміз не және оның канондық теңдеуі қалай қорытылады?
2. Гиперболаның негізгі элементтері (фокустары, төбелері, жарты осьтері, эксцентриситеті және асимптоталары) қалай анықталады?

3. Гиперболаның канондық теңдеуі арқылы оның геометриялық қасиеттері мен формасы қалай зерттеледі?
4. Парабола дегеніміз не және оның канондық теңдеуі қалай қорытылады?
5. Параболаның негізгі элементтері (фокусы, директрисасы, төбесі, симметрия осі) қалай анықталады және канондық теңдеуі арқылы оның формасы қалай зерттеледі?